


סטאטיסטיקע ב'

נאווה חרובי



15.3.22
(ציוני 1)

התפלגות ערמונית (זאוס, פסגה)

הסקה סטטיסטית

לסקת מקומית - מתבוננת בהתפלגות זאואוסית כולה

למשל בהתפלגות של שכרם של 200 סטודנטים

$$\bar{x} = 6,432.5$$

שאלות - מה יבדיל ממוצע פשוט באוכלוסייה כולה (למשל, ישראלי)

- למה ממוצע של שכר באוכלוסייה כולה קרוב יותר (ממוצע צפוי)

איך מסמנים:

כאשר מדברים על כל האוכלוסייה (כמו משתנה מקרי)
משני צדדים האותיות שבתחילתן

תוחלת = ממוצע באוכלוסייה = μ (מיון) $\rightarrow \bar{x}$

סטיית תקן = באוכלוסייה σ (סטייה) קטנה $\rightarrow S$

שונות = סטיית תקן במסלול σ^2 - באוכלוסייה

- מרבית התקנים כיון $\sigma + \mu$

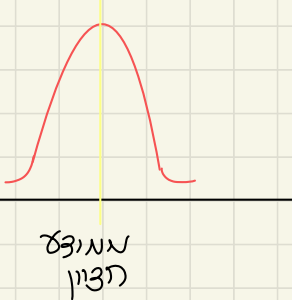
התפלגות נורמלית -

פונקציה התפלגות של משתנה מקרי נצפה:

- תצפיות סטטיסטיות
- תשובה ומיון

כיום התקדמנו למצבים המרכזיים, והסתברותם של תוצאות נורמליות בטווח זהה לכל כיוון

לדוגמה - התפלגות של משתן, זרימה, זמן, מנת משל



איך מוציאים

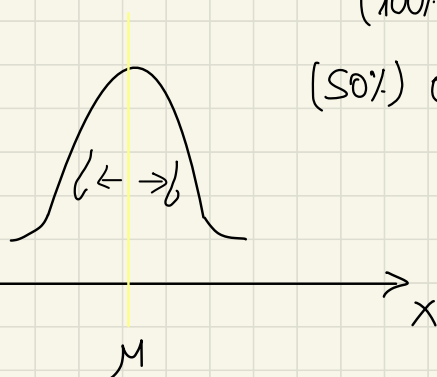
המרכז נמצא בתווך μ לכל כיוון סימטרי ורציון σ
המרחק התקדים למצאם בין $\mu \pm \sigma$

התפלגות נורמלית לפי תמיד שווה ל-68.26%

(השטח מתחת לשקוטה נכרך את אחוז התקדים בתחום הנבדק).

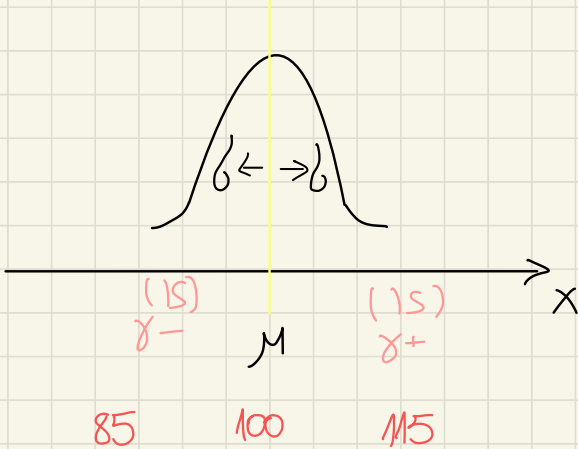
השטח ממתחה עד הסוף הוא 1 (100%)

השטח ממתחה עד פתיחת פה 0.50 (50%)



נת מסת IQ מתפלגת עכשונית
עם תוחלת 100 וסטיית תקן 15

$$\begin{aligned} \mu &= 100 \\ \sigma &= 15 \end{aligned}$$



$\begin{aligned} \mu + \sigma &= 115 \\ \mu - \sigma &= 85 \end{aligned}$

שאלות

מה אחוז הנחקרים בין 85 ל 115 ?
68.26%

$\mu \pm \sigma = 68.26\% \rightarrow$ בין 85 ל 115

מה אחוז הנחקרים בין 70 ל 130 ?
95.44%

הוסבר: $(\mu - \sigma - \sigma)$ בין $(\mu + \sigma + \sigma)$

• את ערך שטחיה דושימיו

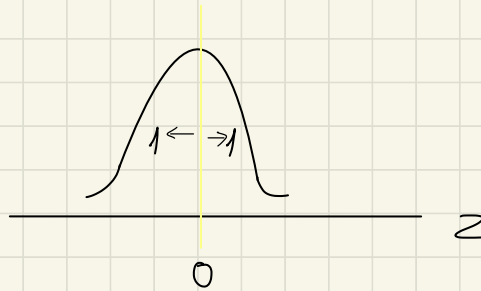
• σ היא כמות שורה 1

• x מתפלג נורמלית עם תוחלת μ (אוויר תפן σ)

עבורים אגשתיב נרמלי (אנרטי Z (פין גפן) \leftarrow

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Z תמיד מתפלג נורמלית עם ממוצע 0 (אוויר תפן 1



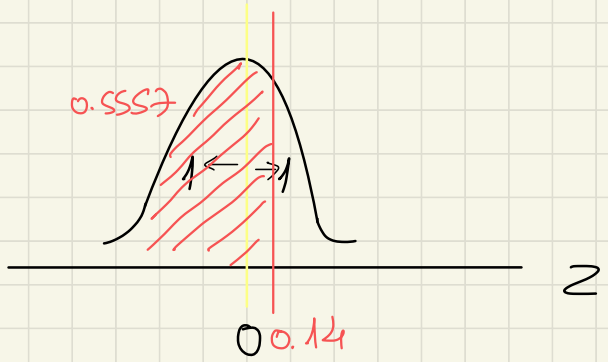
של "ק" = 1 מינים של "ז" (ל)

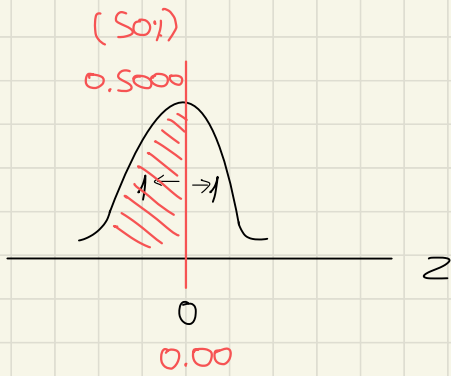
- $p =$
- של 38
 - אחוז בהקדים
 - הסתברות

2 סבבות סמוכות של Z הם ביער אחרי שב מהלוח סינופי Z

מה של של $Z = 0.14$ לה $\Phi = 0.5557$ (של 38)

↓
זה של אחוז בהקדים לנתן של
2 38 (תן של הסתברות)

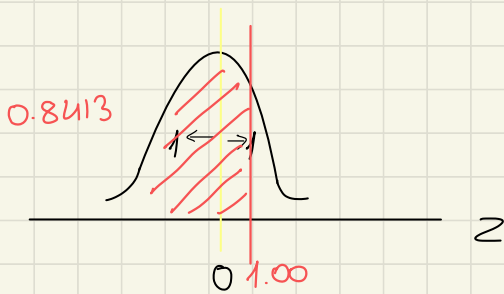




-1 100%

$$P(Z \leq 0) = 0.5000$$

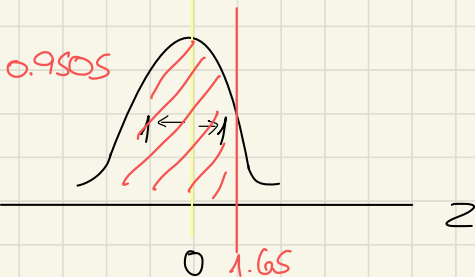
00, 0
(00) (000)



-2 100%

$$P(Z \leq 1) = 0.8413$$

1.0, 0
(100) (000)

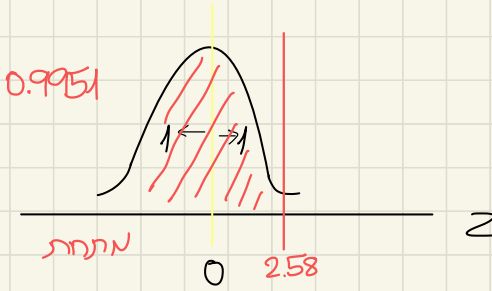


-3 100%

$$P(Z \leq 1.65) = 0.9505$$

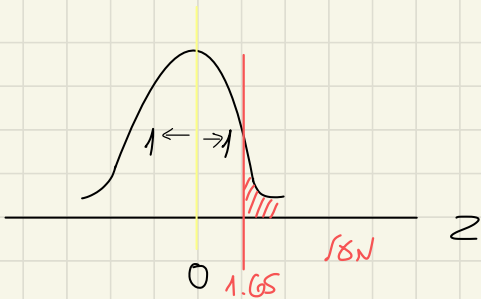
0.10, 5

-4 100%



$$P(Z \leq 2.58) = 0.9951$$

(1.65 סטנדרט) -5 100%

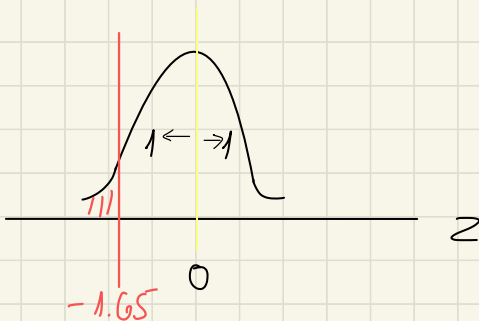


$$P(Z > 1.65) = 1 - P(Z \leq 1.65)$$

$$P(Z > 1.65) = 1 - 0.9505 = 0.0495$$

$$\frac{\text{נל}}{\text{סנ}} = 1 - \frac{(\text{נל})}{\text{נמרת}}$$

(-1.65 אט נל) -6 100%

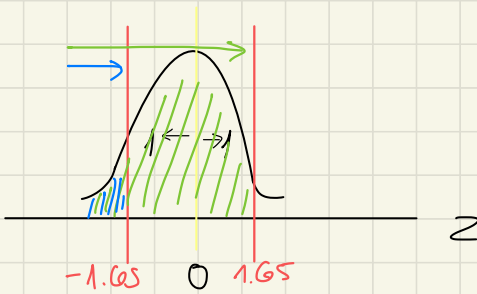


$$P(Z < -1.65) = P(Z > 1.65)$$

$$P(Z > 1.65) = 1 - P(Z \leq 1.65)$$

$$1 - 0.9505 = 0.0495$$

$$P(Z < -1.65) = 0.0495$$



$$P(-1.65 < z < 1.65) =$$

• מתקבל את הפתרון של 1.65 (מחומר של הפתרון של -1.65)

$$P(z \leq 1.65) = 0.9505$$



$$P(z > -1.65) = 1 - 0.0495 = 0.9505$$



$$0.9505 - 0.0495 = 0.901$$



$$P(-1.65 < z < 1.65) = 0.901$$

נתון $P(z \leq 1.65) = 0.95$ → z ערך z של $\Phi(0.95)$

1.6 (1.65)
5 (0.05)

תשובות -

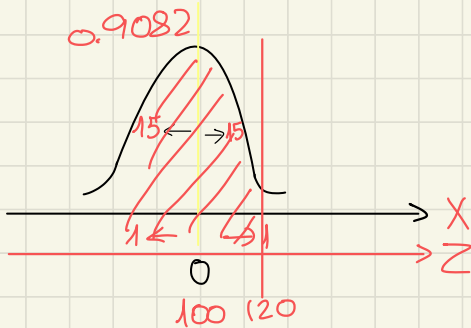
מנת משל כגולדסווייך מתפלגת עתה יתר
עם תנאים 100 וסגרת תקן 15

$$\begin{aligned} \mu &= 100 \\ \sigma &= 15 \end{aligned}$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 100}{15}$$

1. מה אחוז התקדים אשר מנת המשל על 120

$$P(X \leq 120) = ?$$



$$Z = \frac{120 - 100}{15} = 1.33$$

$$P(X \leq 120) = P(Z \leq 1.33)$$

$$P(Z \leq 1.33) = 0.9082$$

אחוז התקדים אשר מנת המשל
על 120 הוא 90.82%

22.3.22
שאלה 2

כישור כאלף

1 בטוח מופיע שאת עם מספר חובבי

2 שאת קטן = 1 מינים שאת (ז'ר')"

3 שאת מלא = 1 מינים שאת (ע'ר')

4 שאת עם ערך גבוה = 1 מינים שאת עם "ערך חובבי"

5 שאת כיון = כפי שאת (שאת עם ערך גבוה מינים שאת עם ערך ממוצע)

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

תוצאה

למנוע 5 וסטיית תקן 5
מקטן בין 65 ל 75 (בתחום באקטיוו)
כמות - $P(65 < X < 75)$

$$Z = \frac{75 - 70}{5} = 1$$

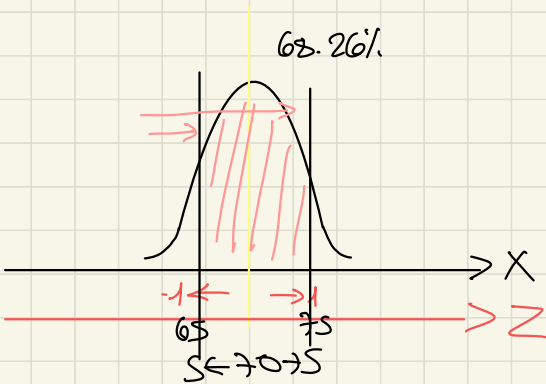
$$\mu = 70 \quad \sigma = 5$$

$$Z = \frac{65 - 70}{5} = -1$$

$$P(Z \leq 1) = 0.8413$$

$$P(Z \leq -1) = 1 - 0.8413 = 0.1587$$

$$P(-1 \leq Z \leq 1) = 0.8413 - 0.1587 = 0.6826$$



משפט המרכזי

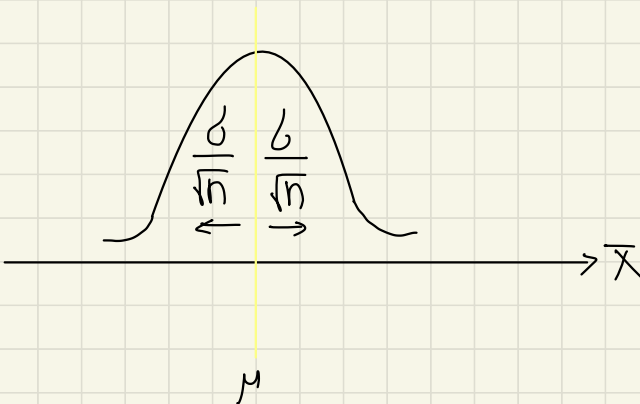
הנורמל ממשק מקרו n
כופק עליון מנתמנול שררררר \bar{X}
רררר μ
(ממול ארור" ממולסור כור)

ררר-

ררר ררר הממממ קרור n ררר רררר אורר ממממ-רר
רר ררר רר הממול ממממ (ממולסורר רררר)

משפט המרכזי

כורר (כורר רררררר של הממממ \bar{X}
ררר ררררר רררר
רר ררר רר רררררר רר ממממ ררר (ררר $n > 100$)
רררר הממממ (רר רר) (ממממ רררררר רררר ררר n)
ררר רררר רררר ררר רר
ררר μ רררררר $\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$ ררר
ררר, ררר רררר של הממממ
רר ררר ממממ ררר ררר



$$z_{\bar{X}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

פונקציית התפלגות

השכר המשולם (אוכלוסיה) 1500
סטיית התקן של השכר 300
נקודת מפתח של 400 אנשים

אם אנו רוצים להבין מהי ההסתברות ששכר יעלה מ-1520?

$$Z_{\bar{X}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

← "שכר תקן"

$$1500 = \mu = \text{אוכלוסיה}$$

$$300 = \sigma = \text{סטיית תקן}$$

$$400 = n = \text{מספר אנשים}$$

$$1520 = \bar{X}$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{300}{\sqrt{400}} = 15 \quad \text{שכר תקן}$$

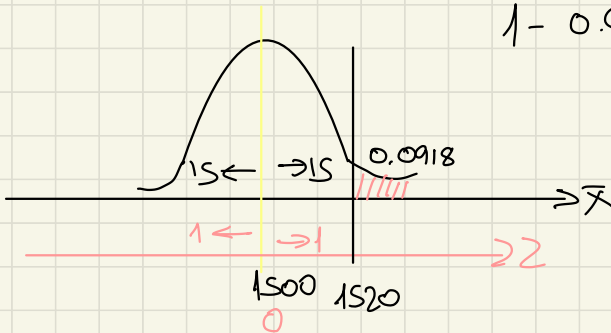
$$Z_{\bar{X}} = \frac{\bar{X} - 1500}{15}$$

$$Z_{\bar{X}} = \frac{1520 - 1500}{15} = 1.33$$

$$P(\bar{X} > 1520) = ?$$

$$P(\bar{X} > 1520) = P(Z > 1.33)$$

$$1 - 0.9082 = 0.0918$$



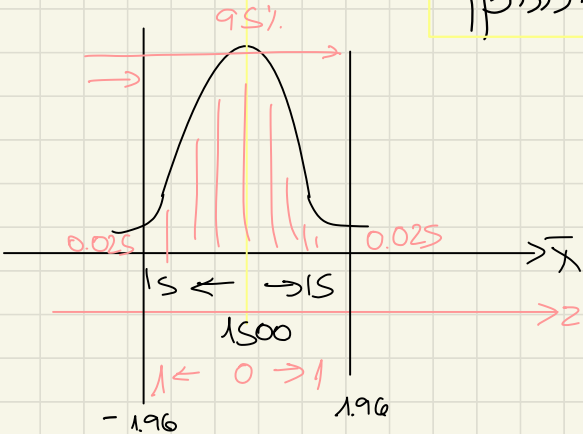
אנו רוצים להבין מהי ההסתברות ששכר יעלה מ-1520? (אוכלוסיה) 1500, סטיית תקן של השכר 300, נקודת מפתח של 400 אנשים. ההסתברות היא 9.18%.

ה) מבן התפקידים הסימטרי מסתובב עתה את אגרו בו מתוכנן
 95% מהמתוועדים של כן תצטוו (n=400)

$$\mu = 1500 \quad \sigma = 300 \quad n = 400$$

$$\text{"גודל התקן"} = 15$$

מתחשבים את הפסגת שבממצא
 והיה 95%



$$0.025 + 0.95 = 0.975 \quad (z \leq 1.96)$$

$$Z_{0.975} = 1.96$$

$$Z_1 = 1.96 = \frac{x_1 - 1500}{15}$$

$$29.4 = x_1 - 1500$$

$$1529.4 = x_1$$

$$Z_{0.025} = -1.96$$

$$-1.96 = \frac{\bar{x} - 1500}{15}$$

$$-29.4 = \bar{x} - 1500$$

$$1470.6 = \bar{x}$$

תתקום הסימטרי מסתובב עתה את אגרו
 95% מהמתוועדים מתצטוו 400 תצטיות בין לכך
 מתוועד 1470.60 לז' עקבן 1529.40 ע"ה

תשובה

השבר בהכנסה הנמוכה באוכלוסיה 1500
סטיות התקן של השבר 300
נקודת המפתח של 100 אלפי

כמה אחוזים בהכנסותם הם קצת יותר מ-1520?

$$Z_{\bar{X}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

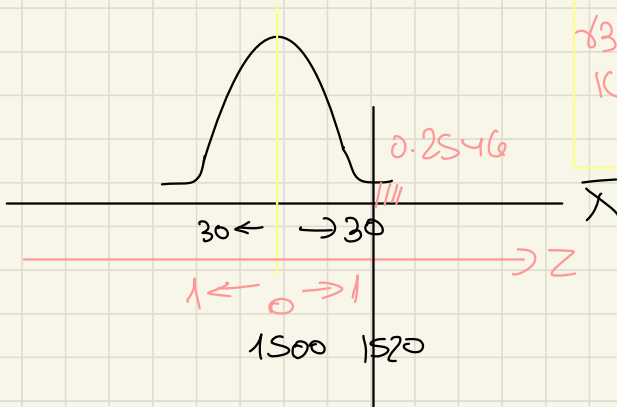
$$\begin{aligned}\mu &= 1500 \\ \sigma &= 300 \\ n &= 100 \\ \bar{X} &= 1520\end{aligned}$$

$$Z_{\bar{X}} = \frac{1520 - 1500}{\frac{300}{\sqrt{100}}} = 0.666$$

שטוחות תקן ← 30

$$P(\bar{X} > 1520) \rightarrow P(Z > 0.666)$$

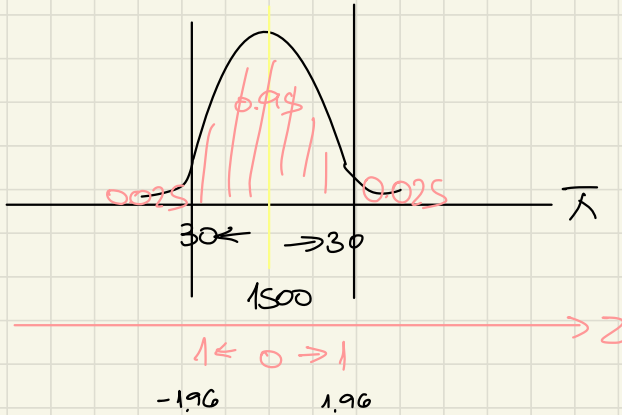
$$1 - 0.7454 = 0.2546$$



אחוז (ההכנסות) יותר מ-1520
של 100 הם קצת יותר מ-1520
של 25.46%.

ב) מבין הנדסאים הפוטנציאליים מסתובב עתה קצת יותר מ-1000
 95% מהממוצעים של כל הנדסאים ($n=100$)

$$\mu = 1500 \quad \sigma = 300 \quad n = 100 \quad \text{מרחק} = 30$$



$$Z_{0.975} = 1.96$$

$$Z = 1.96 = \frac{\bar{X}_1 - 1500}{30}$$

$$X_1 = 1558.80$$

$$Z_{0.025} = -1.96$$

$$X_2 = 1441.2$$

$$P(1441.2 \leq \bar{X} \leq 1558.80) = 0.95$$

כל הממוצעים קרוב יותר, הנדסאים יותר טובים

29.3.22
שיעור 3

נוח סך סתם

$$\mu = 1500$$

$$\sigma = 300$$

$$n = 400$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 15 \quad (\text{אזור תקן})$$

תחום סומרי שלו מרוכזים המתפלגים - התחום כללי
מפועל את תחום הסימטרי מסבסם עתניתל שלו מרוכזים 95%
מתפלגים המתפלגים

$$P(1500 - 1.96 \cdot 15 \leq \bar{X} \leq 1500 + 1.96 \cdot 15)$$

כתוב עכשיו את התחום הסימטרי בצורה כללית (כתובם)
מבאמצע עכשיו

$$P\left(\mu - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} \leq \mu + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

לצדק $1 - \alpha$ אחוז המתפלגים בתחום (למשל 95%)

תחום סמרי לבו מרוכזים הנמוצים - מקרה של - ציטט

נתון בתחום הסמרי וסביב איתות לבו מרוכזים 95%
מבממוצים הנמצא

נתון:

$$1 - \alpha = 0.95$$

מקרה:

$$(מתפלג) \quad Z_{1 - \frac{\alpha}{2}}$$

$$(נתון) \quad 1 - \alpha = 0.95$$

$$a = 1 - 0.95 = 0.05 \quad (\text{מסביר את אולם - מתפלג נוסף } a)$$

$$\left(\frac{0.05}{2}\right) \quad \frac{a}{2} = 0.025$$

$$(1 - 0.025) \quad 1 - \frac{a}{2} = 0.975$$

$$Z_{1 - \frac{a}{2}} = Z_{0.975} = 1.96$$

(מתפלג בטבלה אולם מוסר 0.975 הנה)

נציג:

$$Z_{1 - \frac{a}{2}} = Z_{0.975} = 1.96$$

$$P(1500 - 1.96 \cdot 15 \leq \bar{X} \leq 1500 + 1.96 \cdot 15) = 0.95$$

↓

$$P(1500 - 29.4 \leq \bar{X} \leq 1500 + 29.4) = 0.95$$

↓

$$P(1470.6 \leq \bar{X} \leq 1529.4) = 0.95$$

(הצורה הסופית)

התחום הימנעו מנסות לנתח את סכום מרוכז 95%.
 מהממוצע של 0 המצפים - נמצא בין שני ממוצע של
 1470.6 לבין 1529.4

מבטו לזכות הר סמך

צמצום מצד הזמן ה מתלבט את הממוצע
 רוצים לשמור מהממוצע המצד
 עזבו הממוצע באוטומיב קור (תחלה)

התחלה (מצאת בין
 הממוצע פחות 'גשן' עבין הממוצע (עז 'גשן')
 הרמת הפיארון (תורה למש 95%)

לתחום שבו נמצאת התחלה קטנים רוח הר סמך!

קונפי דנח סמק

מבונ תחום סמרו סו מרפליק הממוצליס \bar{X} ל המפסמ
נחפס תחום סמרו סו נמצות פתנתות μ
מאמצות הפסרת אפס לזע לנסתו פפנו (כותקו מרמזל
פפפפ)

$$P \left(\bar{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = 1 - \alpha$$

סוגר $1 - \alpha$ נחת סמחון או "נחת סמק"

דנח סמק פפ תחום סמרו סו נמצות פתנתות מסקוק
ממוצל (נחת סמחון נפנפ)

צמצום חיסוק רוח בק סמך:

$$P \left(\bar{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = 1 - \alpha$$

כרזים צצצרת מרון הלכר הלסוים הנמוצע סאולוסויה (פאומתי)
ווצעם ט לוית הרתקן 300 ז
צקמו מוצעם ל 400 סכורם
מרון ט הלכר הלסוים הנמוצע סמוצם ל 1505 ז

נמוצם רווח צ סמך (תמום צמור נענחתי) כרמת כיתון 0.95

רומצותנעם:

אולוסויה	מוצעם
$\sigma = 300$	$n = 400$
$M = ?$ (מוצעם)	$\bar{X} = 1,505$ (למ סמוצתי)

- סכר למוצו
הנמוצע סאולוסויה
(פאומתי)
- תחלת-

$$\text{"צמור רתקן"} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{300}{\sqrt{400}} = 15$$

(נמנ כסולוה כרמת כיתון) $1 - \alpha = 0.95$

$$P\left(\bar{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

:Z ערך]

$$\alpha = 1 - 0.95$$

$$1 - 0.05 = \alpha = 0.05$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0.025$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.025 = 0.975$$

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.975} = 1.96$$

$$P\left(1505 - 1.96 \cdot 15 \leq \mu \leq 1505 + 1.96 \cdot 15\right) = 0.95$$

$$P(1475.6 \leq \mu \leq 1534.4) = 0.95$$

1534.4 הוא 1475.6 של הממוצע בין הממוצע
95% של הממוצע

תרגיל כיתה - חישוב רווח בר סמך:

כוחים שצדקת מדין השלר השלום השמוצט סטאטוסטורה (פואורט) ווצקט כ טלויית התקן 300 עה שיקחו מוצקט של 400 שביחום מצינו כ השלר השמוצט השמוצט כהפסס שלנו 1505 עה

נפסל רווח בר סמך (תחום עמור תערתת) קרחת בטחון 0.99

$$P\left(\bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

נרפסל ז:

$$1-\alpha = 0.99$$

$$1-0.99 = \alpha$$

$$\alpha = 0.01$$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.01}{2} = 0.005$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0.005 = 0.995$$

$$z_{0.995} = 2.58$$

נתונים:

כוח סיוור

מוצקט

$$\sigma = 300$$

$$n = 400$$

$$\mu = ?$$

$$\bar{X} = 1,505$$

$$1-\alpha = 0.99$$

$$\text{"קרק" ערות} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{300}{\sqrt{400}} = 15$$

$$P(1505 - 2.58 \cdot 15 \leq \mu \leq 1505 + 2.58 \cdot 15) = 0.99$$

$$P(1466.3 \leq \mu \leq 1543.7) = 0.99$$

כל שטח את חגת כביטון, גולות כחול בר סגן ותחמו
(פירות מדויק) ואפק.

לסמך אורך / סייף של כוונת סגן:

לסמך L - אורך כיתום של נסו פוחץ של

$$L = 2 \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

צב ונין מינס צב שטל

לסמך: סייף של כוונת סגן (מטל צב צב)
 $\frac{L}{2}$

$$\frac{L}{2} = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

פלוס אן מינס סל צב

חילוקים עם נוסח האורך:

יש שלוש משתנים $a, n, 2$ ניתן לחשב σ אחת מהם בהינתן השניים האחרים

1- אורך 2 / סטייה (מבואורך)

2- גובה המצב n

3- רמת בטחון $1-a$

ככל שמגדילים את רמת הבטחון (תוא שיוני סגור) המצב אורך
בהיות גובה סומך בדיוק קטן

עסויכום סוגר בכתובך מעוניין ערערת אר פמסחון או ארעקטין
את פאורך עליו אפצרו את גובה המצב

5.4.22
 שאלה 4

מבחן השערת-חד צדדי ומני

יוצרים תוחלת וסטיית תקן באוכלוסייה
 רוצים שהשוואה תהיה חד צדדי, עוקחים מבצע (הזוא נניח)
 ומתמכים ממנו, מקבלים מסקנה על סמך הממוצע שקיבלנו
 (לפי הטעות שמוכיח לקוחות)

פירוט

נתן כו בציון הממוצע הסטטיסטיקה 76 וטיות במקן 12
 (מסור על ביקור אחר)
 מצוין שטת אומדן חד צדדי
 השאלה: רוצים לבדוק האם בציונים השתפרו
 שלם בק תקנו מבצע של 64 תלמידי (למנו בהטעה חד צדדי)
 ומצאו כי בציון הממוצע 79.3 ענה בטעות אפשרות של 5%.

$$Z_x = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

"אנדרג" =

	אוכלוסייה	מבצע
(נתונים)	$\mu_0 = 76$	$n = 64$
	$\sigma = 12$	$\bar{X} = 79.3$
		"טעות" = 1.50 "תקן"

$\alpha = 0.05$ טעות (גו)

האם בציון השתפר?

אין בדיקת:

נתנה ציון תקן עבורו "קרט" Z
(בדיקת Z מתחשבת (אפילו בהתמוצת שקיבלנו) עבור ממו

שגיאות בדיקה:

- א- ניסוח הבעיה
 - ב- נמת המוב בדיקה
 - ג- ניסוח התנאים
 - ד- מושג
 - ה- מסקנה
- (ע"כ נוח)

שגיאות:

הגדרת האפס H_0 : אין שוני
הגדרת המחקר H_1 : יש שוני
גם הן בעצרת - תרם צדדים ימני.

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu = \mu_0$$

$$H_0: \mu = 76$$

$$H_1: \mu > 76$$

שלב ב-

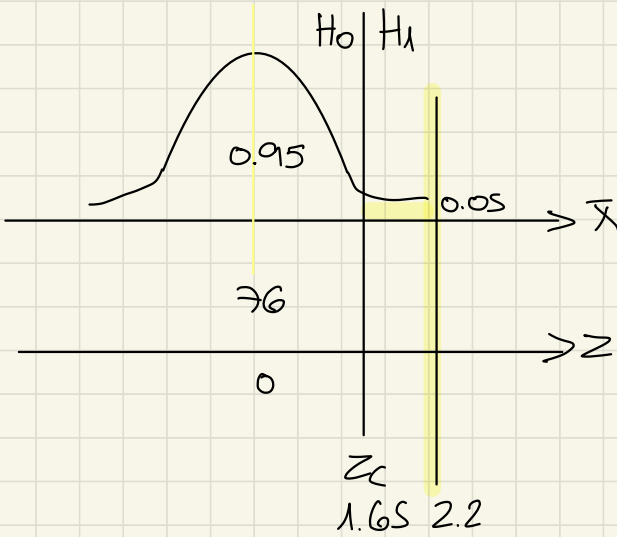
נמת מובקקות, מחלטים על הסתברות מסווג ספחלה.
קראים לפי נמת מובקקות α אלפא (תמיד נתון)

$$\alpha = 0.05$$

שלב ג-

ניסוח המבחן, נחשב ציון תבן שיהיו "קריטי" Z_c

$$Z_c = Z_{1-\alpha} = Z_{0.95}$$
$$Z_c = 1.65$$



שלב ד- נבדק האם ציון התבן בתחומה
(אם לא בתחומה מקבלים לזרחה מבקרות)

$$Z_{\text{מחושב}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

הערות: $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ הוא "שגיאת התבן"

$$Z_{\text{מחושב}} = \frac{79.3 - 76}{1.50} = 2.2$$

$$Z_{\text{מחושב}} = 2.2$$

לפי כ-

מסתמך על השערות חד צדדיות ימני נוסף Z זקוק.

$$Z = 2.2 > Z_c = 1.65$$

דחיית H_0 לטובת מקבילי אט-השלדה (מתקד H_1)

מאמרים כ-

בטוחות השלדה כחציה בפיונים (השלדה ברמת מובהקות 0.05)

"כלל הזינס" -

- כאשר מקבלים H_1 ברמת מובהקות של שני צדדי המידע של שני צדדי שלדה
- ברמת מובהקות גדולה יותר בשנים שלדה שלדה שלדה (H_1)
- במידה קטנה יותר לא ניתן לבטל

כמת מוכרפקות מונוטויות: $\alpha' - \alpha$ אכסר תז

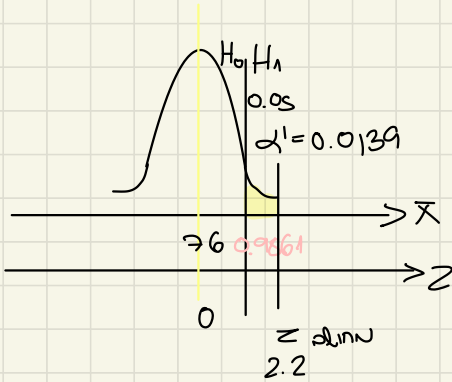
הטעות המונוטויות α' שטלוה (תלו) H_1 , פכו לטח טעו מחוסי

$$Z = 2.2 \text{ מחוסי}$$

$$Z = 2.2 = Z_{1-\alpha'}$$

$$1 - \alpha' = 0.9861 \rightarrow \text{טעו } 2.2 \text{ ז}$$

$$\alpha' = 1 - 0.9861 = 0.0139$$



מסקנה:

$$\alpha = 0.05 > \alpha' = 0.0139 \rightarrow H_1$$

פירוט H_0 מקביל H_1

הוסיב טל פה-טע \bar{x}_c
מנוצט קרטו \bar{x}_c שטלוו מקביל אר H_1 (מחוק וטע)
הלו מתקף כטעפ מפתחן משולוה פה (צום אר Z_c)

$$Z_c = Z_{1-\alpha} = Z_{0.95} = 1.65$$

$$Z_c = \frac{\bar{x}_c - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$1.65 = \frac{\bar{X}_c - 76}{1.50} \quad \sqrt{1.50}$$

$$\bar{X}_c = 76 + (1.65 \cdot 1.50) = 76 + 2.475 = 78.475$$

$$\bar{X} = 79.3 > \bar{X}_c = 78.475 \rightarrow H_1 \text{ (נוני)}$$

H_1 מקבלים H_0 דוחים



סיכום:

דוחים את H_0 כי אנו מקבלים את השערה האלטרנטיבית H_1 כי $Z = 2.2 > Z_c = 1.65$

$$\alpha = 0.05 > \alpha' = 0.0139$$

$$\bar{X} = 79.3 > \bar{X}_c = 78.475$$

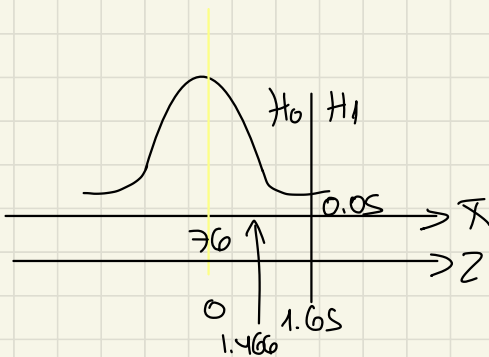
דוחים את H_0 כי אנו מקבלים את השערה האלטרנטיבית H_1 כי $Z = 2.2 > Z_c = 1.65$ וכן $\alpha = 0.05 > \alpha' = 0.0139$

תהיה ברורה:

כדי לבדוק האם יש הבדל משמעותי בין שני קבוצות, נבחרנו דגימה של 64 אישים ונמדדו עליהם מספר מסוימת של פעילות. הממוצע של הדגימה הוא 78.2 והשונות היא 12. האם ההבדל בין הממוצע של הדגימה לבין הממוצע של האוכלוסייה (76) הוא משמעותי? נבדוק זאת באמצעות מבחן Z.

אוכלוסייה	דגימה
$\mu_0 = 76$	$n = 64$
$\sigma = 12$	$\bar{x} = 78.2$
	$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = 1.5$

רמת חשיבות $\alpha = 0.05$



$$H_0: \mu = 76 \quad \text{לא קיים הבדל}$$

$$H_1: \mu > 76 \quad \text{יש הבדל}$$

$\alpha = 0.05$ - רמת חשיבות

$$Z_c = Z_{1-\alpha} = Z_{0.95} = 1.65$$

$$Z_{\text{מחושב}} = \frac{78.2 - 76}{1.5} = 1.466$$

מקבלים H_0 כי לא נראה שיש הבדל משמעותי בין שתי הקבוצות.

$Z_{\text{מחושב}} = 1.466 < Z_c = 1.65$

12.4.22
שע"ב

1210 תהליכות:

רובים לבחון השערה שונה על ידי בדיקת
תהליכות וכולות אלו הן המונח שונה

• האם הציונים השתפרו $M > M_0$

$>$ (צדף): מבחן השערת חד צדדי נגד \Leftarrow מבחנים של טיפוס

• האם ישנו היצור התקצר $M < M_0$

$<$ (קטן): מבחן השערת חד צדדי שטולי \Leftarrow מבחנים של טעות

• האם ציודת הנמתיקם השתנתה $M \neq M_0$

\neq (שונה): מבחן השערת גז-צדדי

דוגמה - מבחן השערת חד צדדי שטולי

משק צמח ממוצע עשירית רבועי 8 טעות עם סליות תקן 4 טעות
פותרו שטת ניתוח תוצאה,
רובים ארבעת האם צמח השתנה התקצר
כדור הכתול, עקרו מוצא של 36 משתנים בשיטה היחידה
משק הצמח הממוצע במצב 6.8 טעות
בפסג הפחתה "מסוכנת"
לכדור, כמה מוביקור 0.01 (כמה טעות)

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$\alpha = 0.01$$

	אובייקט	מבצע
$\mu_0 = 8$		$n = 36$
$\sigma = 4$		$\bar{x} = 6.8$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4}{\sqrt{36}} = 0.666$$

טעות
תקן

שאלה בהצדקה:

שאלה א': ניסוח השערות

$$H_0: \mu = 8$$

$$H_1: \mu < 8$$

שאלה ב': האם ניתן לערוך התקצרות?

שאלה ב': רמת מובהקות

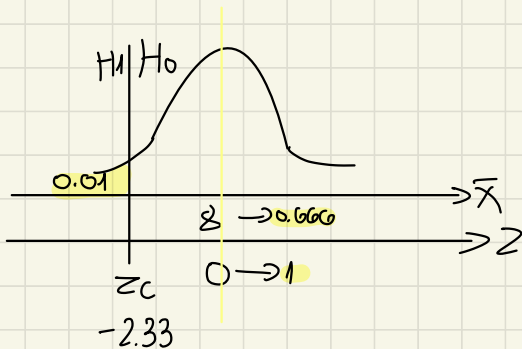
$$\alpha = 0.01 \quad (\text{נתון})$$

שאלה ג': ניסוח תחביר

$$z_c = z_\alpha = -z_{1-\alpha}$$

$$z_c = z_{0.01} = -z_{0.99}$$

$$z_c = -2.33$$



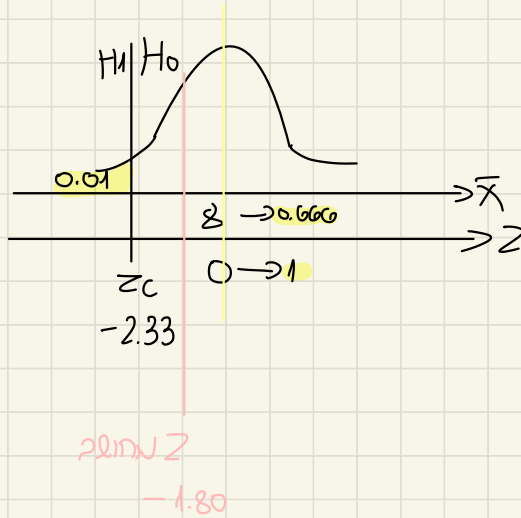
עדיף להניח H_1 כי זהו שטח
תמיד קבוע של הטלרופון

$$\mu = \text{ממוצע}$$

מסתברת על השטח
ההפוכי של $\alpha = 0.01$ זה
0.99 נובע מכך ש
הוא 2.33 כשזה קבוע
של זה 2.33

שלב 3: חישוב

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{6.8 - 8}{0.666} = -1.80$$



שלב 4: מסקנה

(נראה כי מסתכן)

תוצאת טסט שטאטי חישוב Z נמוך.
קובלנו $Z = -1.80 > Z_c = -2.33$ מחושב
מקבלים H_0 פונת,

עמו מקבלים את השערת הנייטרל H_0
ואומר כי עמו ניתן עמו שטת פנימה
פחדים מקצת את צמן העתה
(ברמה מובפקת 0.01)

$$Z < Z_c \rightarrow H_1$$
$$Z > Z_c \rightarrow H_0$$

כמת מוכהקות מינימלית

הטעות בהינימלית α' למעלה (חוס גח)
צמו כעלז מתחת Z מתושב (מתחן שלול)

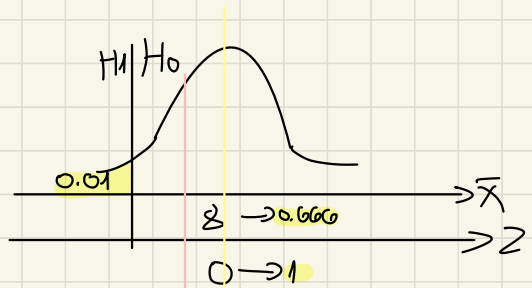
$$Z = -1.80 \text{ (לפי חישוב קודם)}$$

שלול 1.80 \rightarrow

$$\alpha' = 1 - 0.9641 = 0.0359$$

מסקנה

$$\alpha = 0.01 < \alpha' = 0.0359 \rightarrow H_0$$



מקבול H_0

החזרה
עבירות מוכהקות

$$\alpha > \alpha' \rightarrow H_1$$

$$\alpha < \alpha' \rightarrow H_0$$

2 מתושב
-1.80

חישוב סף החלטה:

מיוצג קבוע \bar{X}_c למחמתנו מקבלים את H_1 (במקום H_0)
מתקבל כנצח מסתכן למחמתנו כדי לבדוק את Z_c

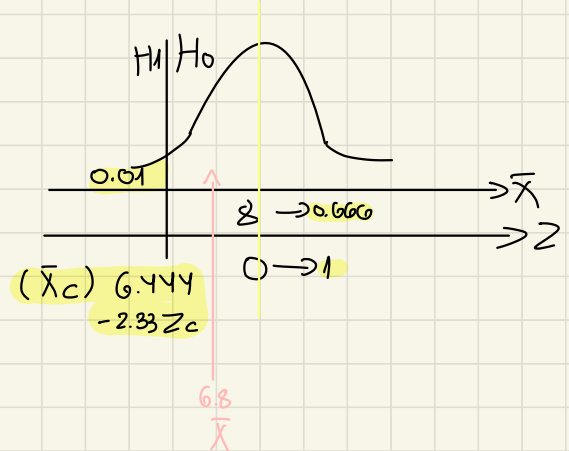
$$Z_c = Z_{0.01} = -Z_{0.99} = -2.33$$

$$Z_c = \frac{\bar{X}_c - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \rightarrow -2.33 = \frac{\bar{X}_c - 8}{0.666}$$

$$\bar{X}_c = 8 - 2.33 \cdot 0.666$$

$$\bar{X}_c = 6.448$$

H_0 מקבלים
במקום H_1
 $\bar{X} < \bar{X}_c \rightarrow H_1$
 $\bar{X} > \bar{X}_c \rightarrow H_0$



דוגמה - מבחן השערות דו צדדי

מכונה מייצרת חפצים שוקף משקל ממוצע של 200 גרם וסטיית תקן של 10 גרם. חושבו כי המכונה הנתקרת מינה עיוקסית ביצור הפשת שוקף. לשם כך נלקחו 25 חפצים שונים שיוצרו באותה המכונה. והתקבל משקל ממוצע של 205 גרם. ברמת מובהקות 0.05

אוכלוסייה	דגימה
$\mu_0 = 200$	$n = 25$
$\sigma = 10$	$\bar{X} = 205$

$$\text{"טעות תקן"} = \frac{10}{\sqrt{25}} = 2.0$$

$$\alpha = 0.05$$

שלב א': ניסוח השערות

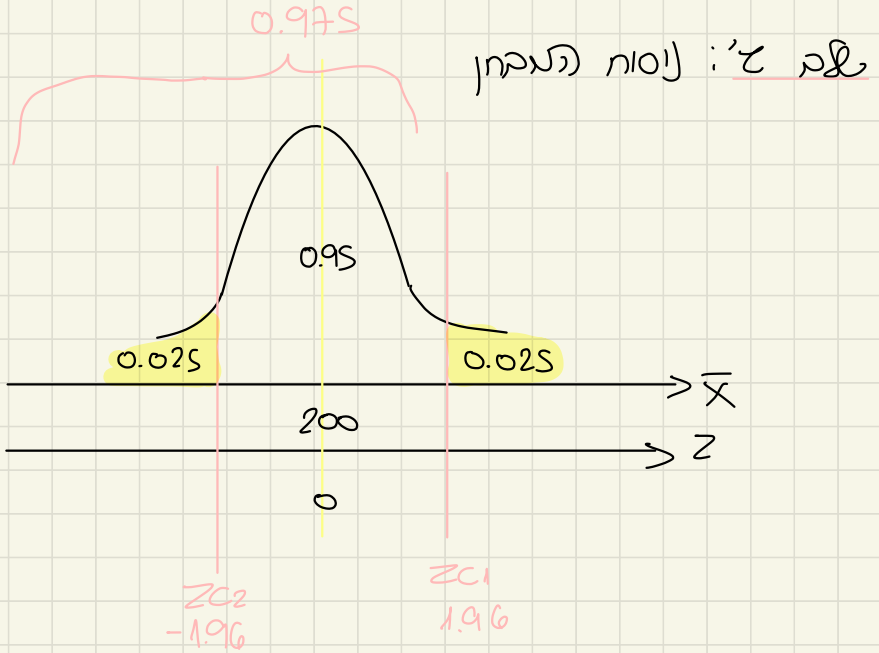
$$H_0: \mu = 200$$

$$H_1: \mu \neq 200$$

שלב ב': דאג המשקל השתנה

שלב ב': כמת מוסקקות

$$(\text{בטן}) \quad \alpha = 0.05$$



$$\alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

$$z_{c1} = z_{1 - \frac{\alpha}{2}} = z_{0.975} = 1.96$$

$$z_{c2} = z_{1 - \frac{\alpha}{2}} = -z_{0.975} = -1.96$$

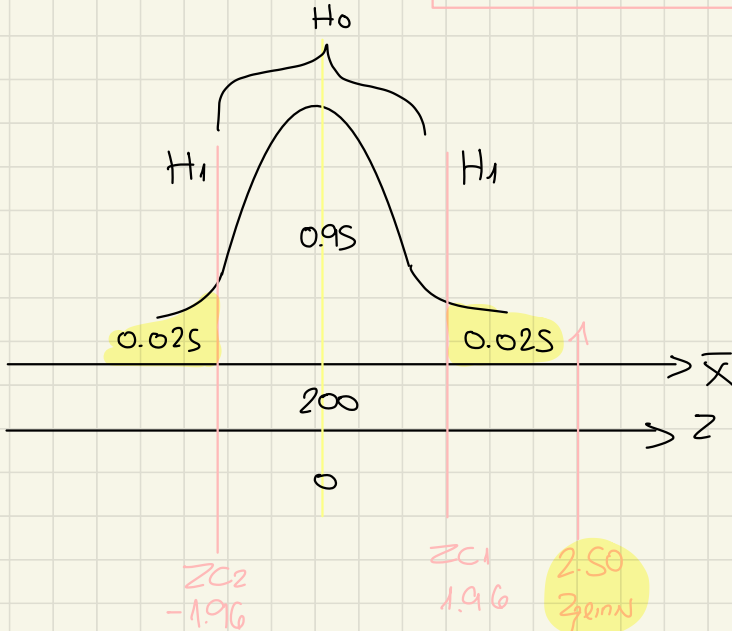
לבד ב: חישוב

$$p\text{value } Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{205 - 200}{2.0} = 2.5$$

לבד ב: מסקנה

מסקנה:
צדדים H_0 ומקטן H_1
ואנחנו כי נסקן חדשות בלוקוס
בלתנאי (ברמת מובהקות 0.05)
מגדלי צד.

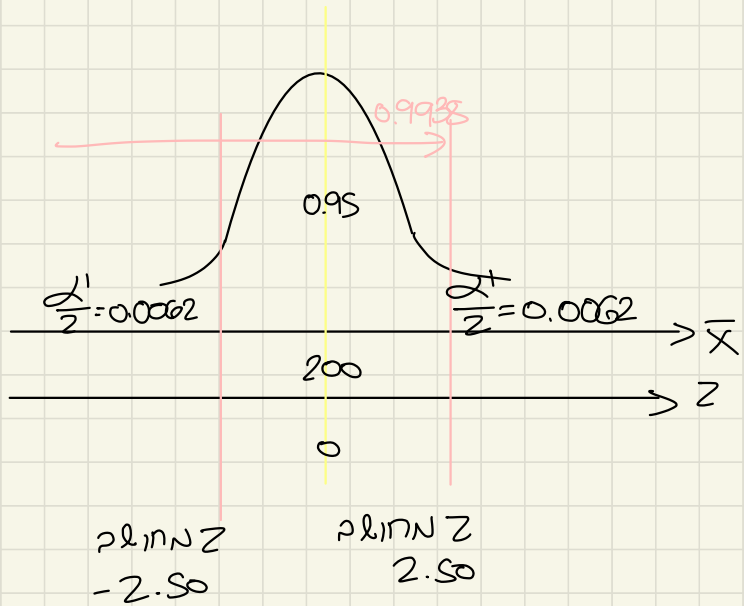
$$p\text{value } Z = 2.50 > Z_{\alpha} = 1.96$$



תוספת מנת מספקות מנומרות

גיתסהים את כולל איתו און לפני ז מחוקק (כסל' $\frac{\alpha'}{2}$)

$$Z = 2.50 = Z_{1 - \frac{\alpha'}{2}}$$



$$0.9938 = 1 - \frac{\alpha'}{2}$$

$$\bar{X}_{\frac{\alpha'}{2}} = 1 - 0.9938 = 0.0062 = 0.62\%$$

$$\alpha' = 0.0062 \cdot 2 = 0.0124 = 1.24\%$$

$$\alpha = 0.05 > \alpha' = 0.0124 \rightarrow H_1$$

26.4.22
6:10

ד"ר 5 הקטנה:

$$1-\alpha = 0.95 \quad \frac{z}{\sqrt{n}} = 2 \quad \mu_0 = 200 \quad \bar{x} = 205$$

$$P\left(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{z}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{z}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

z נתון:

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.05 \\ 1-\alpha &= 0.95 \\ \alpha/2 &= 0.025 \\ 1-\alpha/2 &= 0.975 \end{aligned}$$

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{0.975} = 1.96$$

צביע בנוסחה:

$$P(205 - 1.96 \cdot 2 \leq \mu \leq 205 + 1.96 \cdot 2) = 0.95$$

$$P(201.08 \leq \mu \leq 208.92) = 0.95$$

● מצאנו תחום סתומות הכמה בטחון של 95%

● 200 עם בטחון לא פחות מ-200 ולכן מקבלים את H_0

התפלגות t

התפלגות חד סטית סימטרית

ממרכז תחום 0
תלויה בגודל לנקודת "דגיות חופש" $K = n - 1$
ערוך לטובה יותר מאשר בתפלגות נורמלית



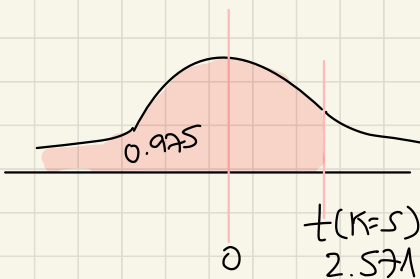
ערוך התפלגות t - איך מסתמך

- טווח הכיווץ משמאל = "דגיות חופש" $K = n - 1$
- בערך כראשונה משמאל = לטובה משמאל (נתן חובין)

דוגמא 1

נתן $n = 6$

מתפלגים t אצל בעל מתחבני = 0.975 (5 דגיות)



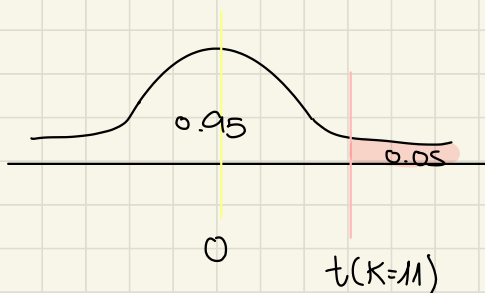
$$t_{5, 0.975} = 2.571$$

-2 כוונת

$n=12$ כפן

(47) $0.05 = 1.796$ כולל t מתחילת

$$t_{11,0.95} = 1.796$$



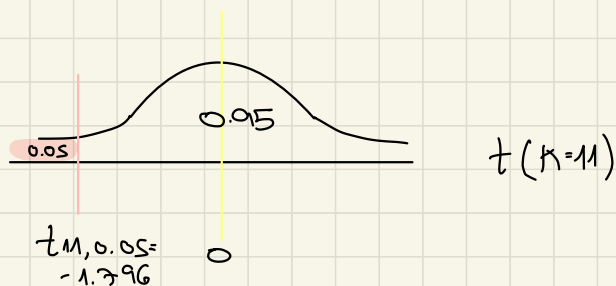
$$t_{11,0.95} = 1.796$$

-3 כוונת

$n=11$ כפן

(48) $0.05 = 1.796$ מתחילת

$$t_{11,0.05} = -1.796$$



נתוסק ממוצע (סאית תקן) מתקנות:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{35 + 37 + \dots}{8} = 37$$

ממוצע \bar{x}

$$\hat{s} = s \cdot \sqrt{\frac{n}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum x^2 - n \cdot \bar{x}^2}{n-1}}$$

סאית תקן מתקנות \hat{s}

$$\hat{s} = \sqrt{\frac{(35^2 + 37^2 + 35^2 \dots) - 8 \cdot 37^2}{8-1}} = \hat{s} = \sqrt{\frac{92}{7}} = 3.625$$

$$\text{סאית תקן} = \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} = \frac{3.625}{\sqrt{8}} = 1.281$$

"מתקנות"

חישוב כוחות מובחנות מנייטלים α (אם תלמידה נבחרת)

מחפשים את כוחות המובחנות המינימלית שסופה H_1
(כשגד בקטן ל t כהתחום)

$$t = 2.341 \quad n-1 = 7 \quad \text{צדד
תוסל}$$

$$1.895 < 2.341 < 2.365$$

$$0.025 < \alpha' < 0.05 \rightarrow \alpha' = 0.05$$

$$\alpha = 0.05 \geq \alpha' \rightarrow H_1$$

חישוב כוחות \bar{X}_c

מחפשים את התמוצע הכתו לטפסו כחוס כחוס H_1

$$t_c = \frac{\bar{X}_c - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad 1.895 = \frac{\bar{X}_c - 34}{1.281}$$

$$\bar{X}_c = 34 + 1.281 \cdot 1.895 = 34 + 2.425$$

$$\bar{X} = 37 > \bar{X}_c = 36.42 \rightarrow H_1 \text{ נני}$$

4.5.22
שעור 7

מבחן המשחק עבור הלוגת תחלה
בשני מצבים בתי תלויים (לונות יוצרות לונות)

הלוגת תחלה בשני מצבים

חזים להלוות תחלה בשני אוטוסיירות לונות
עלם כק לוקחים ל מצבים ומחלקים של המוצים
הנדונים עשו והפחם בין של הממוצם .
משוים ל מחולק חפם ל - קטי

סדר מצבים

שני מצבים יכולים להיות:

א- בתי תלויים

ב- תלויים

שני מצבים בתי תלויים - אין קשר בין התצפיות בשני המצבים
באר כל מצב (בהר האופן מקרי) (לא קשר למצב בשני)

במצב:

הלוגות שר בין זכרים ונשים

מצב א: זכרים (מקרי)
מצב ב: נשים (מקרי עא בעת זכר)

לומר מתלקים ל 2 קבוצות ← ואצ שלם ל 2 קבוצות

מקרי

מקרי

פונקציה: (מבחן השלמות עבור השוואת תחומי השני משימים בלתי תלויים)

ישאל:

האם יש הבדל במנהל המסלול של סטודנטים באקדמיה לעבר והתחלית?
לוקח שני משימים בלתי תלויים (מיידית) (טוב)
רמת מובהקות 0.05

משימה 2 (בתואר)

משימה 1 (אוקראינה) (על)

רשמו 5 סטודנטים (מקריים)
בתקופה מנהל:

7 סטודנטים (מקריים)
בתקופה מנהל:

$X_2 = 110, 110, 102, 110, 107$ $X_1 = 110, 117, 113, 105, 103, 125, 104$

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \mu_0}{S \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$\bar{S} = \sqrt{\frac{\bar{S}_1^2 \cdot (n_1 - 1) + \bar{S}_2^2 \cdot (n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}}$$

מספר 1 (האקדמית (תלמי))	מספר 2 (הרווארד)
$n_1 = 7$	$n = 5$
$\bar{x}_1 = ?$ 111	$\bar{x}_2 = ?$ 109
$\hat{S}_1^2 = ?$ 64.333	$\hat{S}_2^2 = ?$ 26.0

$\hat{S} = ?$ 7.0
 סטיות תקן מתוקנת משותפת
 סטיות תקן משותפת
 4.0987

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x}{n}$$

$$\hat{S}_1^2 = S_1^2 \cdot \frac{n}{n-1} = \frac{\sum x^2 - n \cdot \bar{x}^2}{n-1}$$

מספר 1: (נפרדת נתונים)

$$x_1 = \frac{\sum x_1}{n_1} = \frac{777}{7} = 111 \quad \text{קודם נתקן ממנה -}$$

אחר כך נתקן שונות מתוקנת -

$$\hat{S}_1^2 = \frac{\sum x^2 - n \cdot \bar{x}_1^2}{n_1 - 1} = \frac{(110^2 + 117^2 + \dots) - 7 \cdot 111^2}{7 - 1} = 64.333$$

מצד 2: (ברוטו)

$$\bar{X}_2 = 109 = 83 \text{ ממו}$$

$$\hat{S}_2^2 = 26.0 = \text{שונות מתוקנת}$$

טווח יתרון "מתוקנת" משותפת

$$\hat{S} = \sqrt{\frac{\hat{S}_1^2 \cdot (n_1 - 1) + \hat{S}_2^2 \cdot (n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}}$$

מצד 1: שיעור 100 לטובת 7

$$\hat{S} = \sqrt{\frac{\frac{386}{7} \cdot (7-1) + \frac{109}{5} \cdot (5-1)}{7+5-2}} = \sqrt{49} = 7.0$$

גודל תכנון "מתוקנת" (משותפת) - מכפלה של t

$$\hat{S} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} = 7.0 \cdot \sqrt{\frac{1}{7} + \frac{1}{5}} = 4.0987$$

מבחן (השערת): שלבי הבדיקה

שלבי אי': ניסוח השערות

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

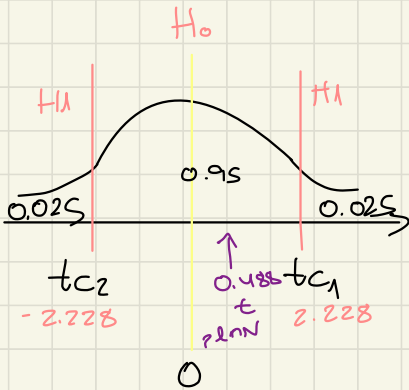
מדרג 1: האומדנים נתונים

מדרג 2: הכיוון

מבחן השערות זו בדיקה
כי יש לנו כאן גם הסדר המנות הנמשל בין נתונים
סדור

שלבי ה': כמות מבקרו

$$\alpha = 0.05$$



שלבי ז': ניסוח המבחן

$$K = n_1 + n_2 - 2$$

t_{10}

מדרג 3: $K = 7 + 5 - 2 = 10$

$$t_{c1} = t_{10, 0.975} = 2.228$$

שלבי ב': מילום

$$t_{\text{מילום}} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \mu_0}{S \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{(111 - 109) - 0}{4 \cdot 0.987} = 0.488$$

לפני הניסוי:

קובלני המבחן ב-0.05

$$t_{c2} = -2.228 < t = 0.488 < t_{c1} = 2.228$$

כן, מקבלים H_0 כי לא מקבלים את השערת האלטרנטיבית...
... מקבלים כי...

לא ניתן לומר כי מנת המבחן המקלטית ניתנה שונה מאשר
מפניטורה (ברמת החשיבות 0.05), מקבלים H_0 .

רמת החשיבות: α'

בגובה של t (הפס את t מחושב תמיד לפי דגות החופש

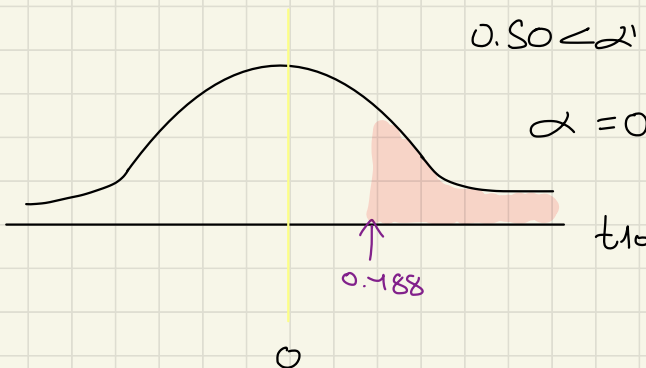
$$k = n_1 + n_2 - 2 \rightarrow K = 7 + 5 - 2 = 10$$

$$t = t_{10, 1 - \frac{\alpha'}{2}} = 0.488$$

$$0.260 < 0.488 < 0.700$$

$$0.50 < \alpha' < 0.80 \rightarrow \alpha' = 0.80$$

$$\alpha = 0.05 < \alpha' \rightarrow H_0$$



t_c : קריטי פונקציה

($t_{c1} = 2.228$) H_1 (17) יש פער בשני הקבוצות

$$t_c = \frac{(\bar{x}_{1c} - \bar{x}_{2c}) - \mu_0}{\hat{s} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

4.0987 /

$$t_{c1} = 2.228 = \frac{(\bar{x}_{1c} - \bar{x}_{2c}) - 0}{4.0987}$$

$$9.131 = \bar{x}_{1c} - \bar{x}_{2c}$$

4.0987 /

$$t_{c2} = -2.288 = \frac{(\bar{x}_{1c} - \bar{x}_{2c}) - 0}{4.0987}$$

$$-9.131 = \bar{x}_{1c} - \bar{x}_{2c}$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 111 - 109 = 2$$

$$-9.131 < \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 2 < 9.131 \rightarrow H_0$$

תורת הנאמנות

$$P \left[(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - t_{1-\frac{\alpha}{2}}^{n_1+n_2-2} \cdot \hat{S} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + \dots \right] = 1 - \alpha$$

$$k=10$$

$$t_{1-\frac{\alpha}{2}}^{n_1+n_2-2} \rightarrow t_{10, 0.975} \rightarrow 2.228$$

$$1 - \alpha = 0.95$$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.05}{2} = 0.025$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975$$

$$P \left[(111 - 109) - 2.228 \cdot 4.0987 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq (111 - 109) + 2.228 \cdot 4.0987 \right] = 0.95$$

$$P(-7.130 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq 11.130) = 0.95$$

תשובה: (מתחוק לסוף) נמצא פערם ברמת אמינות 0.95
מתחת בטוחות 11.130 ו-7.130

$$\text{אורך} \quad L = 2 \cdot t_{1-\frac{\alpha}{2}}^{n_1+n_2-2} \cdot S \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

10.5.22
שעור 8

מבחן הפעולה עבור השוואת תוצאות
סוגי מבחנים כיווניים

כוחות זכרון היא תחפה מסוימת מורידה את מחיר
כסף
עם כל פוזציות של אנשים
מורידים את מחיר הכסף שלכם לפני שתחריפו אותה
כמות מובחנת 0.01

$$d = X_1 - X_2$$

נתונים במבחן-זכרון לפני ואחרי

תוצאות	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	סכום
X_1 לפני	170	160	160	180	160	160	150	170	160	190	1660
X_2 אחרי	160	160	170	150	180	150	120	150	180	160	1520
$d = X_1 - X_2$	10	0	-10	30	-20	10	30	20	-20	30	80
d^2	100	0	100	900	400	100	900	400	400	900	4200

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{80}{10} = 8$$

83111

$$\hat{\sigma}_d = \sqrt{\frac{\sum d^2 - n \cdot \bar{d}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{4200 - 10 \cdot 8^2}{10-1}} = 19.888$$

סטיית תקן מתקנת

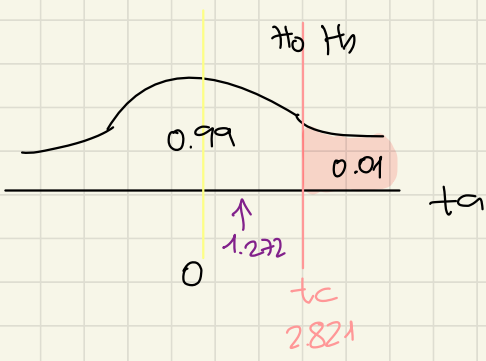
$$t = \frac{\bar{d} - \mu_0}{\frac{\hat{S}_d}{\sqrt{n}}}$$

$n = 10 =$ מספר הנבדקים

$\bar{d} = 8 =$ ממוצע הנתונים

19.888 = סטיות תקן מתוקנת של הפרמטר

6.2891 = "ציון" תקן מתוקנת של ההפרשים



הנחות היסודיות:

$H_0: \mu_d = 0$

$H_1: \mu_d > 0$

רמת חשיבות:

$\alpha = 0.01$

ציון קריטי:

$K = n - 1 \quad K = 9$

מחשבת $t = \frac{\bar{d} - \mu_0}{\frac{\hat{S}_d}{\sqrt{n}}}$ נותנת:

$$\frac{\hat{S}_d}{\sqrt{n}}$$

מחשבת $t = 1.272$

קריטריון:

מכיוון H_0 נקראת H_1 , בתנאים אלו
 מכיוון $t = 1.272 < t_c = 2.821$ נקבל

17.5.22
שעור 9

מבחן חי הכרובע לאוי תורת (χ^2)

למטרים למצבם אורך עם שני משתנים
הנבדלים האם יש תורת (קט) בין שני משתנים איכותיים (קטס)

עצמאי:

1 מין (צב) (קטק)

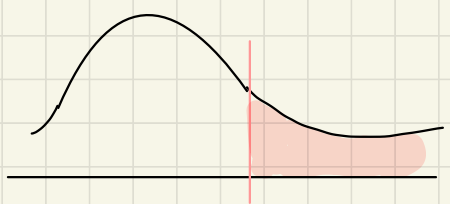
2 צבע עיניים (חום וירוקן כחול)

H_0 : אין תורת

H_1 : יש תורת

תמיד נבדק הפסדות תר
צב ומנ

$$\chi^2 = \chi^2$$



- קריאות לקהל
- איך נאמן למשל - צביות חופש א
 - שררה האלגנב עמלה - למח משמש (צ)

מבחן בשלש חתם לאי-תלות: פונדמנטל

כוננים למבדוק אם יש קשר בין מין פתבדק לבין צבע העיניים.
 לנתקו מבדוק של 200 אנשים, מבין 120 הנשים.
 למצא כי 30 הנשים עיניים כחולות
 ו-30 הנשים עיניים חומות
 סך הכל יש 50 אנשים (הנשים והגברים) עם עיניים כחולות ו-150
 אנשים עם עיניים ירוקות. מה צלחתך?
 מבדוק ברמת מובהקות .05

טבלה 1: ערכים צפויים - F_0 (אלו הם הצפויים בהתאמה)

צבע עיניים / מין	כחול	ירוק	חום	סך הכל
גבר	30	40	50	120
נקבה	20	30	30	80
סך הכל	50	70	80	200

טבלה 2: ערכים צפויים - F_e (אין תלות: H_0)

צבע עיניים / מין	כחול	ירוק	חום	סך הכל
גבר	$\frac{120 \cdot 50}{200} = 30$	$\frac{120 \cdot 70}{200} = 42$	48	120
נקבה	$\frac{80 \cdot 50}{200} = 20$	28	32	80
סך הכל	50	70	80	200

חולסה לגרף 2: ערעם צפויים f_e

(ס'כ' כנו סט'ה בקודמת)

אז H_0 מתקיים (אין תלות

אצל - $1/4 = 50/200$ מהאנשים יש צינים כחולות (כלא תלות במינוי) עם אחיז צבע צינים כחול, נכפיל זה את מספר הצבעים (יש את מספר הנקבות שיש לה צב.

$$\frac{\text{ערך כולל תלו} = \text{ס'כ' צמורה} \cdot \text{ס'כ' גרף}}{\text{ס'כ' כולל}}$$

לגרא 3: הפתחים $f_o - f_e$

צבע צינים מיין	כחול	ורוק	חום	ס'כ'
זכר	$30 - 30 = 0$	$40 - 42 = -2$	$50 - 48 = 2$	0
(נקבה)	$20 - 20 = 0$	$30 - 28 = 2$	$30 - 32 = -2$	0
ס'כ'	0	0	0	0

חולסה לגרא 3: הפתחים בין ערכים (צפויים) f_e - f_o
(ס'כ' = 0)

רפגל חובבי + (פלוס) רפגל שלילי - (מינוס)

ככל שרפגל פתחים בין ערעם (צפויים) צפויים צפויים יותר, אז יש תלות.

טבלה 4: טבלת מחולקת

צבס עיניים / מין	כחול	ורוד	חום	סך הכל
זכר	30 / 30 0	40 / 42 -2	50 / 48 +2	120
נקבה	20 / 20 0	30 / 28 +2	30 / 32 -2	80
סך הכל	50	70	80	200

(טבלה) f_o / f_e (מין)

$f_o - f_e$ 3 מספרים ו 3

(טבלה)

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

חשוב לזכור
אורך שורה

$$\chi^2_{מחולקת} = \frac{0^2}{30} + \frac{(-2)^2}{42} + \frac{2^2}{48} + \frac{0^2}{20} + \frac{2^2}{28} + \frac{(-2)^2}{32}$$

חשוב $\chi^2 = 0.446$

מה ניתן צלמוז:

$$\chi^2_c = \chi^2_{2, 0.95} = 6.0$$

רואים עסו בעפפטיס $f_o - f_e$

כחול גאון בעפס

ורוק - וותר עפפערט טאולר טעט

חום - וותר עפפערט טאולר טעט

מבחן השלכות:

שלטא': איסוח השלכות

אינן תלות בין צבע עיניים ומין: H_0

יש תלות בין צבע עיניים ומין: H_1

(מבחן חצ צבעו ימני)

שלט ב': חישוב

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e} = 0.446$$

שלט ב': כמות מובפיקת

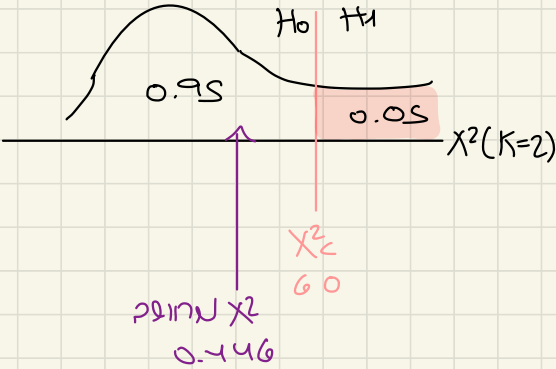
$$\alpha = 0.05$$

שלט ב': איסוח תמבחן

$$K = (r-1) \cdot (c-1)$$

↑ סורות ↑ עמודות

$$K = (2-1) \cdot (3-1) = 2$$



מקבואים H_0 עסא מקבואים אה
 תשלערת תמחקר H_1 מומחני
 טי, איון קולר טין מין תנבצק
 טכיון צבע העיניים, כרמת מובפיקת
 5%

חשוב דגור מספקות מיועלות:

$$K=2$$

$$\chi^2_{2, 1-2} = 0.446$$

$$0.1 < 1 - \alpha' < 0.9$$

(3876)

$$1 - 0.1 = 0.9 < \alpha' < 1 - 0.9 = 0.1$$

$$\alpha' = 0.9$$

24.5.22
שיעור 10

רגרסיה עינאחה

ישנא סטאטיסאית עפעצכת קשר עינאחי (קו ישר) בין שני משתנים.

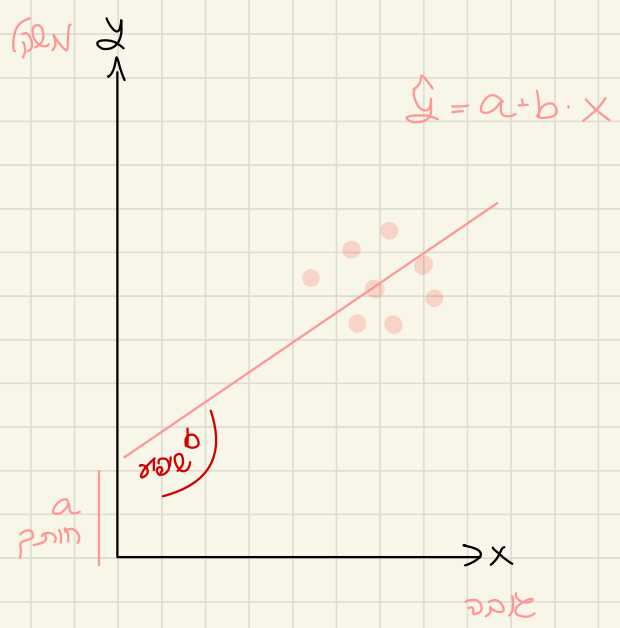
ישלנו מדגם אחר עם שני משתנים כמותיים לאנחנו מתפשים את הקשר ביניהם

דיאגרמת פזזור-

מצוייח את הנקודות (ערכי התצפיות) ומצוייח ביניהם את "קו הרגרסיה" שיאמאז.

נחשב את הקו "כדי אוב" שלצמר דרך הנקודות (מינימום סכום הפגות כחודא).

הנקודות עצמן עא נמצאות על הקו הנצב, אפס דיאן נכאן בכי אוב עבור כל X מהי ופייה \hat{Y} (עומדן, תצפיות)



כיוון הקשר (חיובי, שלילי)

- כמות המשלוח וקב
קב חיובי (היות כיוון)
כאשר כמות המשלוח עולה גם הוצאות עולה
- למבטורה וכמות שלם האולף
קב שלילי (כיוון הפוך)
כאשר למבטורה עולה יורד הוצאות שלם

סובייקט (מי משפיע)

כאשר יותר מי משפיע על מי
למשל המשלוח משפיע על קב
למשתנה במסביב (תמשפיע) - קוראים משתנה בלתי תלוי x
למשתנה פחות (תמוסר) - קוראים משתנה תלוי y

פצמא - רציון אלמחית בין זוכה ומשקל

מתפלג קב בין זוכה ומשקל
רציון 6 תפיות, $\sigma = 6$
משתנה מסביב (בלתי תלוי) x - ופיה זוכה
משתנה מוסבר (תלוי) y - (פיה משקל)
רציון לאומיה קן כרסויה בין זוכה למשקל

לכלי הסיוות - תלוי זוכה ומשקל

	(רציון)	1	2	3	4	5	6
x זוכה		168	171	177	180	182	187
y משקל		70	72	75	80	85	80

לסמאות

משוואת רגרסיה (y/x): $\hat{y} = a + b \cdot x$

$$b = \frac{S_{xy}}{S_x^2}$$

שורש (מקדם הריבוע)

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$$

קוטר

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y}$$

מקדם היתוך

דוגמה עכ"ל:

א- ממוצעים: \bar{x}, \bar{y}

ב- סטיות תקן S_x, S_y (שונות S_x^2, S_y^2)

ג- שורש למתחם S_{xy}

$x \cdot y$	y^2	x^2	f (פונ)	x (סך)	y (סך)
11,760	4,900	28,224	70	168	1
12,528	5,184	30,276	72	174	2
13,275	5,625	31,329	75	177	3
14,400	6,400	32,400	80	180	4
15,270	7,225	33,124	85	182	5
14,960	6,400	34,969	80	187	6
82,393	35,734	190,322	462	1,068	330
13,732.66	5,955.66	31,720.333	77	178	831.111

סך הכל

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum y^2}{n} - \bar{y}^2} = \sqrt{\frac{35,734}{6} - 77^2} = 5.164$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{1,068}{6} = 178$$

$$S_y^2 = 26.6666$$

$$s = \frac{\sum x}{n} = \frac{462}{6} = 77$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{190,322}{6} - 178^2} = 6.027$$

$$S_x^2 = 36.333$$

מתחסיק שונת נשיתפת (קו-ווריאנס)

$$S_{xy} = \frac{\sum x \cdot y}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y}$$

$$\frac{82,393}{6} - 178 \cdot 77 = 26.166$$

$$S_{xy} = 26.166$$

נאויס שיג קרגר תויכו

$$\hat{y} = a + b \cdot x \quad \text{משוואת קו רגרסיה}$$

$$b = 0.72 \quad b = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{26.166}{36.333} = 0.72 \quad \text{ב: רבוע, רגרסיה}$$

הקו יתחיל בנקודה זו ויהיה אנכי לה (קו רגרסיה)
0.72 ב

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 77 - 0.72 \cdot 178 = -51.16 \quad \text{תחת}$$

$$\hat{y} = -51.16 + 0.72 \cdot x$$

תחזית \hat{y} (כאשר זוכה 178 מה יפיד המסקה הצפוי)

$$\hat{y} = -51.16 + 0.72 \cdot x$$

$$\hat{y} = -51.16 + 0.72 \cdot 178$$

$$x = 178 \Rightarrow \hat{y} = 77$$

דשים \bar{x} קו הנצחה \bar{y} ערך דרך הממוצעים

$$\bar{x} = \bar{x} = 178 \quad \bar{y} = \bar{y} = 77$$

כאילו כאשר זוכה 178 ס"מ, המסקה הצפוי 77

ניתן: זוכה 179 ס"מ מה ופיד המסקה הצפוי

$$\hat{y} = 77 + 0.72 = 77.72 \quad \text{1- חוגם דפי השוני}$$

$$\hat{y} = -51.16 + 0.72 \cdot x \quad \text{2- חוגם דפי הנסחה}$$

$$\hat{y} = -51.16 + 0.72 \cdot 179 = 77.72$$

$$x = 179 \Rightarrow \hat{y} = 77.72$$

נתן צמד 182 מדידת משק צפי?

$$\hat{y} = -51.16 + 0.72 \cdot x$$

$$\hat{y} = -51.16 + 0.72 \cdot 182 = 79.88$$

אוצנות (חוק) הקשר פליטות

- כגון בקורות מחוקות מקו בכרטיס בקשר פליטות חלש
- קרבות בקשר חזק יותר
- נמצאות על פקו בקשר "משלם"

מקדם מיליטוס (קורלציה)

- ככל שמקדם המיליטוס גדול יותר הקשר פליטות חזק יותר
- כאשר אין קשר פליטות אז $r=0$
- כאשר הקשר פליטות משלם אז $r=+1$ (חוב) או $r=-1$ (שלילי)

קצת יותר, $r=0$

קצת יותר, $0 < r < 0.4$

קצת יותר, $0.4 < r < 0.8$

קצת יותר, $0.8 < r < 1$

אין, $r=1$

חישוב מקדם ניותר

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} = b \cdot \frac{S_x}{S_y}$$

$$r = \frac{26.166}{0.027 \cdot 5167} = +0.84$$

קצת יותר

$$r = 0.72 \cdot \frac{6027}{5167} = +0.84$$

31.5.22

שעור 11

קו רגרסיה תופכי:

$$\hat{x} = a' + b' \cdot y$$

ניתן לימוד קו רגרסיה תופכי כיוון מתאים את x פי y
אם y תזדקק x מה משקל (אומר לך מה "צריך" להיות
עובדך. נקרא מקדמים b' ו- a'

$$b' = \frac{S_{xy}}{S_y}$$

$$a' = \bar{x} - b' \cdot \bar{y}$$

קשר בין שני קווי רגרסיה:

$$r = \sqrt{b \cdot b'}$$

תצורה: (ליקוח מבחון)

מבצע אחר
משענה אחר

תוחלת שנות לא יזוכה
מבחן t
תבחי 6

תוחלת שנות יזוכה
מבחן z
תבחי $5, 4$

תוחלת - השוואת תוחלת -
מבחן t עדיפה ל d
תבחי 8

תוחלת - השוואת תוחלת
שנות לא יזוכות (שנות)
מבחן t עדיפה לתוחלת
תבחי 7

1. אובליסוד, ממוצע, סטיית תקן, μ , נסתא 1: (נתפלות נכתאית)

2. מדגם, ממוצע, סטיית תקן, μ , ממוצע? \bar{X} - נסתא 2: (כתפלות גזנת)

3. מדגם, ממוצע, סטיית תקן, \bar{X} , רות בכסתק/תמוס - נסתא 3: רווח בכסתק μ

4. מבחן השלמות, (מדגם אחד או שנים) (שונות ידועה או לא ידועה): נסתא 4, S (שונות ידועה)
↓
ול סטיית תקן סאגלוסיה

5. מבחן השלמות, (מדגם אחד), (שונות ידועה): נסתא 4, S (שונות ידועה)
↓
ול סטיית תקן סאגלוסיה

6. מדגם אחד, שונות לא ידועה, מבחן t : נסתא 6 (שונות לא ידועה)
 $S =$ סטיית תקן המדגם

7. של מדגמים, בדת תלויס, t , $\hat{S} - ?$: נסתא 7

8. שני משתנים, תלויים: x_1 ו- x_2
משוואות תלויים

$$x_1 - x_2 = 1$$

$$x_1 - x_2 = 1$$

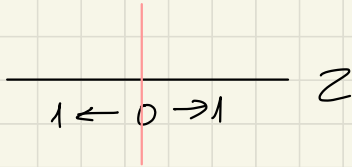
7.6.22
 סיכור 12

שאלה 1, 80 מ"ר 3

\bar{X} - תנן סטטיסטיקה

μ - ממוצע האוכלוסייה

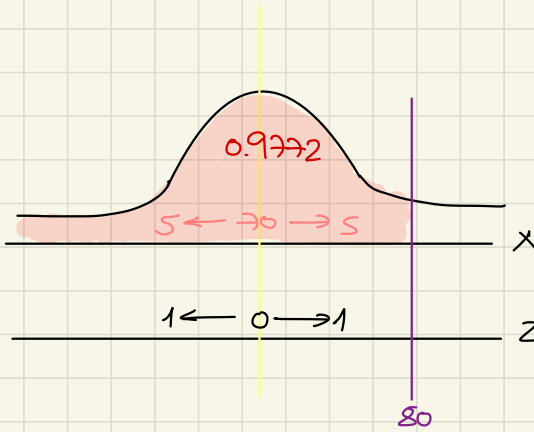
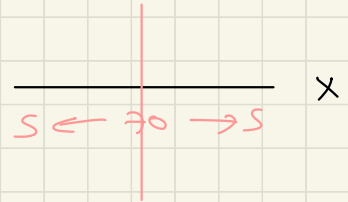
σ - סטיות תקן האוכלוסייה



(אוכלוסייה זכה \bar{x})
 ↓

ממוצע / הסתברות שנתקף ממוקם 80

↓
 $x = 80$



$$Z = \frac{80 - 70}{5} = 2.0$$

כיבודת טבלה
 0.9772

● אחוז מקיב בין 0 ו-5 (פלאח בקאן)
 ● (עצ פלאח (הזר) סמות (פלאח בקאן)



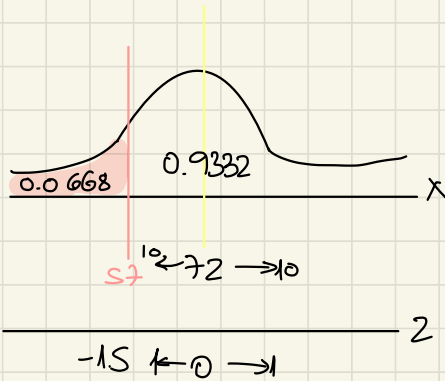
100 - 1000

$$\mu = 72$$

$$\sigma = 10$$

$$x = 57$$

$$z = -1.5 \rightarrow 0.9332$$



(0.68)

1000

$$z = \frac{82 - 72}{10} = 1.00 \rightarrow 0.1587$$

$$x = 82$$

$$\frac{952,000}{1.587} = 600,000 \dots$$

מקור (112)

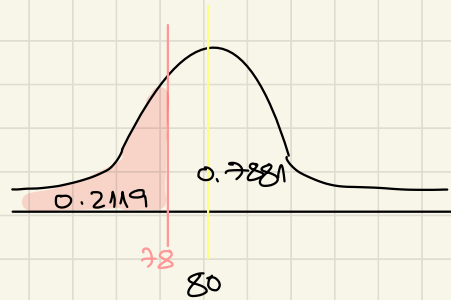
נתון	אופוסיון
$n=64$	$\mu=80$
	$\sigma=20$

מה ההסתברות אצל **הממוצע** אפיון נמוך $n=78$

$\bar{X} = 78$

נסתא - התפלגות גזומה (2)

$$Z_{\bar{X}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$



$$Z_{\bar{X}} = \frac{78 - 80}{\frac{20}{\sqrt{64}}} = \frac{-2}{2.5} = -0.8 \rightarrow 0.7881$$

$$1 - 0.7881 = 0.2119$$

מדידת (מדידת) n	מדידת (מדידת) μ
$n = 400$	$\mu = 80$
	$\sigma = 25$

שאלת בית: שאלה 3

$\bar{x} - \sigma$ (מדידת) •

$x = 81.5$

$\bar{x} = 79$

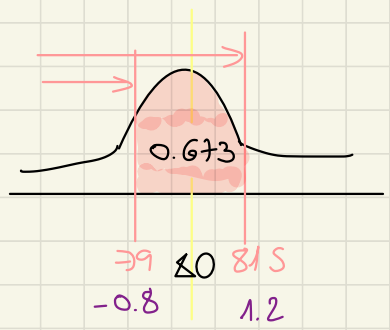
$$Z_{\bar{x}} = \frac{81.5 - 80}{\frac{25}{\sqrt{400}}} = \frac{1.5}{1.25} = 1.2$$

↓
0.8849

$$Z_{\bar{x}} = \frac{79 - 80}{\frac{25}{\sqrt{400}}} = -0.8$$

↓
0.7881

$1 - 0.7881 = 0.2119$
(שאלת בית: שאלה 3)



$0.8849 - 0.2119 = 0.673$

32,800 מדידת \bar{x}

$$\frac{32,800}{400} = 82$$

מדידת
✓ מדידת
 $x = 82$

מה (מדידת) מדידת
מדידת מדידת - מדידת
מדידת מדידת מדידת
מדידת

פרמטרים	
$n = 300$	$\sigma = 5$
$\bar{x} = 31.8$	

2.2886-3 (זכור)

$(\bar{x} - \text{פרמטרים})$

k) $1 - \alpha = 0.95$

↓

$0.05 = \alpha$

$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5}{\sqrt{300}} = 0.2886$

ד) $Z =$ סכום פחות מ-3 (זכור)

$0.025 = \frac{\alpha}{2}$

$0.975 = 1 - \frac{\alpha}{2} \rightarrow 1.96$

$$P\left(\bar{x} - Z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + Z_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P(31.8 - 1.96 \cdot 0.2886 < \mu < 31.8 + 1.96 \cdot 0.2886) = 0.95$$

$$P(31.234 < \mu < 32.365) = 0.95$$

לפי 2:

נתון	מאפיין
$n=25$	$\mu_0 = 250$
$\bar{x} = 290$	$\sigma = 100$

שגיאת ידועה - למחולת 4,5

משקל (ע"ב/צ"ב)

נראה $\mu > 250 \rightarrow$ צ"ב ימין \rightarrow צ"ב (ע"ב)

שאלה 6:

מבחן	אופרנטיב
$n = 25$	
$\bar{x} = 7$	$5.8 = \mu$
$S = 3$	אין $6 =$ סיומת / שונות סטית

סטית תקן
מחצה $\leftarrow S = 3$

שונה לא ידוע כלומר מבחן t
(נסף 6)

באם בפסאזים בלילה אולי ייתב \leftarrow נוקח יותר זמן (מבחן ימני)

14.6.22

שיעור 3

המשפט

S סטיות תקן

S² שונות

\hat{S} סטיות תקן מתוקנת

\hat{S}^2 שונות מתוקנת

$\mu_0 = 0$ 2 מצבים תמיד